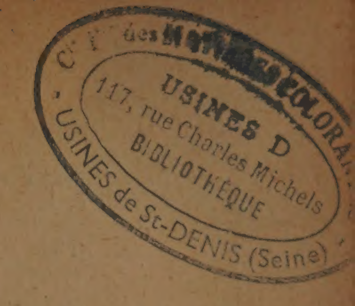


ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 AOUT 1949.

PRÉSIDENCE DE M. GASTON JULIA.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** informe l'Académie qu'à l'occasion de la fête de l'Assomption, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 17 août au lieu du lundi 15.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie du champ soustractif.* Note de M. **Louis de Broglie**.

Dans deux Notes récentes ([1]) nous avons développé une théorie de l'interaction entre particule électrisée et champ électromagnétique qui introduit sous une forme nouvelle l'hypothèse du *champ soustractif* déjà envisagée par MM. Stueckelberg, Bopp et Païs et généralisée par M. Feynmann. Nous voudrions montrer pourquoi cette hypothèse ainsi présentée ne semble plus se heurter à l'objection fondamentale qu'elle paraissait soulever jusqu'ici.

Considérons d'abord le champ d'une particule de spin 1 et de masse $k_0 h/2\pi c$. Soit un corpuscule ponctuel chargé placé en un point choisi comme origine des coordonnées et qui est en interaction avec ce champ. Désignons par ε le coefficient d'interaction, c'est-à-dire la *charge* du corpuscule par rapport au champ. Si le champ est photonique, ε est la charge électrique au sens usuel.

La théorie des particules de spin 1 conduit à écrire les équations Maxwelliennes suivantes (en unités non rationalisées avec champs réels) :

$$(1)\quad \begin{cases} a.\quad -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\vec{E} & c.\quad \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} = k_0^2\vec{A} + \mathrm{rot}\,\vec{H} - 4\pi\varepsilon\,\delta(\vec{r})\,\dfrac{\vec{c}}{c}, \\ b.\quad \mathrm{div}\,\vec{H} = 0 & d.\quad \mathrm{div}\,\vec{E} = -k_0^2 V + 4\pi\varepsilon\,\delta(\vec{r}). \end{cases}$$

Un raisonnement tout à fait analogue à celui que l'on fait en théorie de

---

([1]) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 157 et 269. Dans la seconde de ces Notes, un facteur 4π a été omis dans les termes en $\delta(\vec{r})$ des formules (4), (5) et (6).

Maxwell ordinaire conduit à attribuer au champ la densité d'énergie

$$(2) \qquad w = \frac{1}{8\pi}(H^2 + E^2) + \frac{k_0^2}{8\pi}(A^2 + V^2).$$

Si l'on multiplie les équations (1 *c*) et (1 *d*) respectivement par $\vec{A}$ et V, on démontre aisément que

$$(3) \qquad \int w\, d\tau = \frac{1}{2}\int \varepsilon\left(V + \frac{\vec{v}}{c}\cdot\vec{A}\right)\delta(\vec{r})\, d\tau;$$

quand on veut ensuite passer à la théorie des interactions quantiques entre le champ et la charge, on est amené à prendre comme terme d'interaction dans l'Hamiltonien le terme ([2])

$$(4) \qquad H^{(1)} = \varepsilon\left(V.1 + \vec{\alpha}.\vec{A}\right)\delta\left(\vec{r} - \vec{R}\right);$$

où 1 et $\vec{\alpha}$ sont les matrices-vecteurs qui en théorie de Dirac correspondent aux densités de charge et de courant. Malheureusement, on est ainsi conduit, que le champ soit photonique ou mésonique, à une valeur infinie pour l'énergie propre de la charge. C'est là l'obstacle qui, depuis vingt ans, arrête le développement de la théorie quantique des champs.

Mais supposons maintenant qu'en interaction avec le corpuscule chargé, il y ait *deux* champs que nous distinguerons par les indices 1 et 2. Nous devons écrire

$$(5) \qquad \begin{cases} a. \quad -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{H}_i}{\partial t} = \operatorname{rot}\vec{E}_i, & c. \quad \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \vec{E}_i}{\partial t} = k_{0i}^2\vec{A}_i + \operatorname{rot}\vec{H}_i - 4\pi\varepsilon_i\delta(\vec{r})\dfrac{\vec{v}}{c}, \\ b. \quad \operatorname{div}\vec{H}_i = 0, & d. \quad \operatorname{div}\vec{E}_i = -k_{0i}^2 V + 4\pi\varepsilon_i\delta(\vec{r}), \end{cases}$$

avec $i = 1$ et $i = 2$. Nous exprimons ainsi que pour la *création* du champ d'indice i, le corpuscule agit comme s'il avait la charge ε_i.

L'hypothèse du champ soustractif consistera alors à poser $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \varepsilon$. Si le champ 1 n'agissait que sur la charge ε_1 et le champ 2 sur la charge ε_2, on trouverait en recommençant les calculs faits plus haut l'expression de la densité d'énergie

$$(6) \qquad w = \sum_{i=1}^{2}\left[\frac{1}{8\pi}(E_i^2 + H_i^2) + \frac{k_{0i}^2}{8\pi}(A_i^2 + V_i^2)\right]$$

puis

$$(7) \qquad \int w\, d\tau = \frac{1}{2}\int \varepsilon\left[(V_1 - V_2) + \frac{\vec{v}}{c}\left(\vec{A}_1 - \vec{A}_2\right)\right]\delta(\vec{r})\, d\tau,$$

([2]) Voir *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs*, Paris, 1949, p. 152.

et l'on serait amené à poser dans la théorie des interactions quantiques

$$H^{(1)} = \varepsilon\left[(V_1 - V_2).1 + \vec{\alpha}\left(\vec{A}_1 - \vec{A}_2\right)\right]\delta\left(\vec{r} - \vec{R}\right). \tag{8}$$

Cette forme de l'Hamiltonien d'interaction conduit pour l'énergie mutuelle de deux corpuscules de charges $\varepsilon = \varepsilon_A$ et $\varepsilon = \varepsilon_B$ à la valeur

$$\varepsilon_A \varepsilon_B\left(\frac{e^{-k_{01}r}}{r} + \frac{e^{-k_{02}r}}{r}\right) \tag{9}$$

et par suite encore à une énergie propre infinie. La substitution d'un signe — à un signe + dans (9) ne paraissait pas pouvoir se justifier dans une théorie à champ vectoriel. C'est là l'objection essentielle rencontrée jusqu'ici par l'hypothèse du champ soustractif.

Mais la forme nouvelle de cette hypothèse que nous avons développée dans nos Notes citées plus haut revient à dire que chaque charge ε_i du corpuscule, bien que servant seulement de source au champ de même indice, subit l'action du champ total 1 + 2. Si nous reprenons le calcul qui conduit aux expressions (2) et (6), le terme $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\left(\vec{v}/c\right)\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)$, qui avec la conception usuelle représente le travail du champ électrique total, se trouve être nul, mais les termes $\left(-k_{01}^2\vec{A}_1 - k_{02}^2\vec{A}_2\right)\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)$ peuvent être interprétés comme un travail du champ électrique inconnu de la théorie classique. Le raisonnement qui conduit aux formules (3) et (7) montre alors qu'en posant $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, etc., on trouve une formule qui dans le cas électrostatique se réduit à

$$\int \frac{E^2}{8\pi}\,d\tau = -\frac{1}{2}\int\left(\frac{k_{01}^2}{4\pi}V_1 + \frac{k_{02}^2}{4\pi}V_2\right)(V_1 + V_2)\,d\tau. \tag{10}$$

Le premier membre peut être considéré comme l'énergie d'un champ qui se comporte comme un champ électromagnétique classique, et l'énergie du corpuscule est donnée par l'intégrale du second membre où l'on posera $V_1 = \varepsilon(e^{-k_{01}r}/r)$ et $V_2 = -\varepsilon(e^{-k_{02}r}/r)$. On est ainsi aisément ramené aux conclusions de nos Notes précédentes.

Dans le cas où l'un des champs est un champ photonique (ce qui est pour nous le cas de l'interaction électromagnétique usuelle), on devra poser $k_{01} = \gamma \simeq 0$ et $k_{02} = k_0 \gg \gamma$, et l'on trouvera sensiblement pour l'Hamiltonien d'interaction dans un référentiel où la charge est au repos, l'expression $\varepsilon V.1(k_0^2/4\pi)\left(e^{-k_0(\vec{r}-\vec{R})}/\left|\vec{r}-\vec{R}\right|\right)$. L'élément de matrice correspondant à une transition où la quantité de mouvement de la charge varie de $h\vec{K}/2\pi$ s'obtient alors en multipliant l'expression qu'on lui attribue habituellement par le facteur $k_0^2\left[k_0^2 + \left|\vec{K}\right|^2\right]^{-1}$. Mais ceci n'est valable qu'à l'approximation quasi statique et, pour obtenir une expression générale respectant l'invariance relativiste, il faut modifier ce facteur. Des

considérations que nous ne développerons pas ici nous conduisent à penser que l'élément de matrice correspondant à la transition qui fait varier la quantité de mouvement de la charge de $h\vec{K}/2\pi$ et son énergie de $hK/2\pi c$ s'obtient en multipliant l'expression usuelle par le facteur

$$\frac{k_0^2}{k_0^2 + |\vec{K}|^2 - K^2} \tag{11}$$

qui se réduit à l'expression quasi statique pour $K \simeq 0$.

En résumé, on voit que notre manière d'introduire le champ soustractif repose sur une *réinterprétation* des termes en k_0^2 dans les équations maxwelliennes (1), termes qui sont assimilés à des charges et des courants subissant l'action du champ total $1+2$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le Paradoxe de Saint-Pétersbourg.* Note de M. Émile Borel.

Je ne reviendrai pas sur les polémiques soulevées par le Paradoxe de Saint-Pétersbourg. Je voudrais, à propos d'un problème analogue, montrer qu'un principe fondamental et évident cesse d'être vrai lorsqu'on l'applique à des cas où intervient virtuellement l'infini (sous la forme classique d'un nombre variable qui peut éventuellement dépasser tout nombre donné). Ce principe est celui d'après lequel, si un jeu est équitable lorsqu'on joue une partie, il reste équitable lorsqu'on joue un nombre fini de parties et l'espérance mathématique de tout joueur reste nulle.

Considérons, pour plus de généralité, un jeu non équitable, par exemple une roulette qui, sur 36 numéros, comporterait 12 pairs, 12 impairs, et 12 zéros, le banquier recevant toutes les mises lorsque sort le zéro. Admettons que Pierre possède une mise illimitée ou un crédit tel que la roulette accepte tous ses chèques. Il peut alors jouer la martingale consistant à fixer son enjeu à $(n+1)2^{n-1}$ à la $n^{\text{ième}}$ partie et à se retirer dès qu'il a gagné une partie. S'il perd les n-premières parties, sa perte totale est $n2^n$ et son enjeu à la partie suivante étant $(n+2)2^n$, son gain net sera 2^{n+1}, s'il gagne cette $(n+1)^{\text{ième}}$ partie. Il est évident que Pierre est sûr de gagner, s'il joue toujours *impair*; car il est impossible que *impair* ne sorte jamais, même au bout d'un million de parties. Bien avant le million, on aurait certainement soupçonné et découvert un défaut de la roulette ou une tricherie du croupier. Bien entendu, les chances de gain de Pierre seraient les mêmes s'il jouait tantôt pair, tantôt impair.

La probabilité pour que Pierre gagne la $n^{\text{ième}}$ partie, après avoir perdu les $n-1$ premières est

$$\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{2^{n-1}}{3^n}$$

et, en ce cas, son gain est 2^n; son espérance mathématique totale s'exprime donc par la série

$$\frac{1}{2}\left[\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^3+\ldots\right],$$

tandis que, dans le Paradoxe de Saint-Pétersbourg, cette espérance mathématique s'exprime par une série dont tous les termes sont égaux à l'unité. Tel serait ici le cas si l'on supprimait les zéros de notre roulette.

Pierre joue à un jeu qui semblerait devoir assurer rapidement la fortune de la roulette. Mais il a le privilège de fixer les enjeux et d'arrêter le jeu quand il lui convient, quitte à recommencer sa martingale.

Il est curieux que Pierre ayant fixé ses enjeux comme nous l'avons dit, son espérance mathématique (toujours infinie) apparaît comme d'autant plus élevée (c'est-à-dire qu'il s'enrichit d'autant plus vite) que le jeu est moins équitable à son détriment, c'est-à-dire plus avantageux pour le tenancier de la roulette. Son espérance mathématique deviendrait finie si le jeu était non équitable en sa faveur, avec la même martingale.

Il est évident que tout paradoxe disparaîtrait si l'on fixait un maximum à la mise ou à la durée du jeu. Il en est forcément ainsi dans tout problème concret, mais les mathématiciens ont longtemps cru, avec Joseph Bertrand, pouvoir spéculer sur des problèmes abstraits, sans tenir compte des contingences.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les aspects philosophique et constructif de la théorie des nombres définis par leur valeur numérique et leur origine.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

La définition du concept de l'origine d'un nombre, que j'ai donnée précédemment ([1]), n'ayant pas toujours ([2]) été interprétée dans le sens que j'avais en vue, je tiens à y ajouter quelques commentaires.

1. Soit l'équation $\arcsin x + x - 1 - 2{,}5\,\pi = 0$. Le raisonnement usuel conduit à dire qu'on peut satisfaire à cette équation en donnant à x la valeur 1 et en prenant la détermination de l'arcsin qui se réduit à $2{,}5\,\pi$ pour $x = 1$. Pour exprimer la même chose en ayant recours au concept de l'origine d'un nombre, il faut poser $x = 1 = \sin 2{,}5\,\pi$. La différence entre ces deux raisonnements peut paraître très subtile, mais dans les cas moins élémentaires l'importance de cette innovation devient évidente. Cette importance réside dans le fait que l'on peut uniformiser ainsi toutes les fonctions. A chaque détermination de la *variable indépendante*, par sa valeur numérique et son origine, ne correspond qu'une valeur unique de la fonction aussi bien dans les domaines réels qu'imaginaires.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 552-554.
([2]) R. M. Martin, *Mathematical Reviews*, 9, 1948, p. 404.

2. Dans la théorie des fonctions discontinues déterminées comme limites de fonctions continues, on admet généralement que l'annulation d'un nombre dans un passage à la limite est une opération *irréversible* et que ce n'est qu'en faisant tendre, dans un produit de deux termes, *simultanément* l'un d'eux vers zéro et l'autre vers l'infini, qu'on peut obtenir un résultat non nul :

$$(1)\qquad \lim_{n\succ\infty}\frac{a}{n}=0,\qquad \lim_{n\succ\infty} n0=0,\qquad \lim_{n\succ\infty} n\left(\frac{a}{n}+\frac{b}{n^2}+\ldots\right)=a.$$

Dans la première des équations (2),

$$(2)\qquad \lim_{n\succ m} n\frac{a}{m}=a,\qquad \lim_{n\succ\infty} n\left[\lim_{m\succ\infty}\frac{a}{m}\right]=\lim_{n\succ\infty} n0=a,$$

il n'y a pas lieu de parler de la simultanéité de la variation de m et de n pour obtenir a; m peut, évidemment, atteindre sa valeur définitive, tandis que n ne commence qu'ensuite à augmenter en tendant vers cette valeur définitive de m, En appliquant le raisonnement par récurrence, on passe du fini à l'infini et l'on obtient la deuxième des équations (2), où l'origine des infinis est la même. Cette formule générale est à la base de l'interprétation rationnelle du phénomène de Gibbs, le phénomène approchant ayant été préalablement découvert expérimentalement par Michelson et Stratton sur les courbes obtenues avec leur analysateur harmonique, permettant d'obtenir la somme des 80 premiers termes d'une série de Fourier.

La définition, artificiellement restrictive, conduisant à la deuxième des équations (1), a été adoptée pour pouvoir établir, dans tous les cas, une correspondance univoque et réciproque entre les points des courbes discontinues considérées et les points de l'axe des abscisses. Le concept de l'origine d'un nombre permet d'établir une pareille correspondance sans avoir recours à l'artifice susdit, qui semble éliminer arbitrairement des points faisant partie de ces courbes.

3. La deuxième des équations (2) met en évidence qu'il est indispensable de considérer en plus de l'*opération du passage à la limite*, l'opération inverse *du retour de la limite*. J'ai proposé ([3]), pour simplifier l'écriture, d'utiliser pour exprimer ces opérations fondamentales *sui generis*, les symboles L et L^{-1}, en les soumettant aux mêmes règles algébriques que les nombres réels p et p^{-1}, où p n'est ni zéro ni l'infini, sous la condition de ne jamais perdre de vue leur signification en tant qu'opérateurs. Si l'on convient d'admettre que zéro et l'infini, tout en *conservant leur valeur numérique*, ont une infinie multiplicité d'*origine* : $0=La$, $0=Lb$, $0=L^2c$, etc., $\infty=L^{-1}a$, $\infty=L^{-1}b$, $\infty=L^{-2}c$, etc., on peut mettre d'accord le concept de Galilée *l'infini est un* avec celui des infinis de divers ordres du calcul infinitésimal et justifier, au même titre, la conception

([3]) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 885-887.

intuitive d'Euler que les différentielles sont des zéros et jouissent néanmoins de propriétés qui les distinguent les unes des autres. En effet, on ne saurait ne pas retrouver un nombre a réduit à zéro par l'opération L, en appliquant à ce zéro dont on connaît l'origine, l'opération inverse L^{-1}. Ce raisonnement ne saurait être réfuté par les anciennes objections qui ont obligé de renoncer à considérer les différentielles comme des zéros, par exemple celles de Berkeley et de d'Alembert, citées par Léon Brunschvicg dans *Les étapes de la Philosophie mathématique*.

4. Pour que le lecteur puisse juger par lui-même, que la théorie que nous développons n'est pas un simple *jeu de symboles*, mais qu'elle a une réelle valeur constructive, je citerai un exemple de son application en géométrie cartésienne. En raison des définitions précitées, on se rend facilement compte que la ligne (3) définie par l'équation directe, ou son inverse,

$$(3) \qquad y = (e^{L^{-1}x} - 1)(e^{L^{-1}x} + 1)^{-1}, \qquad x = L\log(1+y) - L\log(1-y),$$

est constituée par les deux demi-droites $y = 1$, $x > 0$ et $y = -1$, $x < 0$, ainsi que par le segment de droite h réunissant le point $x = 0$, $y = 1$ au point $x = 0$, $y = -1$. En effet, en posant $x = 0 = La$, il vient $y = (e^a - 1)(e^a + 1)^{-1}$ et, en donnant à a toutes les valeurs finies comprises entre $+\infty$ et $-\infty$, on obtient tous les points du segment h à l'exclusion des points $x = 0$, $y = \pm 1$. Pour obtenir ces derniers, dont les origines sont multiples, il faut poser $a = \pm\infty = \pm L^{-(1-\varepsilon)} b$ où $0 < \varepsilon < 1$ et $0 < b < \infty$. En posant ensuite $a = \pm\infty = \pm L^{-1} c$, où c prend toutes les valeurs supérieures à zéro, on obtient les demi-droites $x = +c$, $y = 1$ et $x = -c$, $y = -1$, à l'exclusion des points $x = 0$, $y = \pm 1$. Mentionnons enfin que chaque droite $|y| > 1$ coupe la ligne (3) en un point imaginaire, l'abscisse de ce point étant un zéro d'origine imaginaire, $x = 0 = L(a + \pi\sqrt{-1})$, et que les points des demi-droites $x = +c$, $y = -1$ et $x = -c$, $y = +1$ sont également imaginaires, car, pour les obtenir, il faut poser $a = \pm\infty = \pm(L^{-1}c + \pi\sqrt{-1})$ et les abscisses de ces points sont alors d'origine imaginaire, $x = \pm(c + L\pi\sqrt{-1})$.

5. Il nous reste à faire une remarque au sujet de la solution ([1]) du problème du continu, basée sur le concept de l'origine d'un nombre. Il résulte de la discussion de la section 4, que les nombres $0,5 + L2$, $0,5 + L\sqrt{2}$, $0,5 + L\sqrt{-1}$, etc., ayant la valeur numérique 0,5 et ne se distinguant entre eux que par l'origine d'un zéro, leurs points figuratifs sur le segment $0 - 1$ doivent se superposer. Il en sera de même des points figuratifs du nombre $\sqrt{2} - 1$ et de la fraction décimale illimitée de même valeur numérique 0,4142, ..., abstraction faite du reste irrationnel réduit à zéro par le passage à la limite. En se plaçant à ce point de vue, il n'y a pas lieu de faire la distinction, qu'admet la théorie de Dedekind, entre les *coupures* des nombres irrationnels ou transcendants et celles des nombres rationnels, puisque ces coupures se confondent.

Dans ces conditions, en faisant abstraction de leurs origines, la puissance de l'ensemble des points dimensionnels, épuisant le continu linéaire 0 — 1, est égale à la puissance de l'ensemble des fractions décimales.

M. Albert Demolon s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de déposer sur le Bureau un numéro spécial des *Cahiers des Ingénieurs agronomes* édité sous le patronage de l'U. N. E. S. C. O. en vue de la Conférence qui se tiendra prochainement aux État-Unis, à Lake Success, sur la *Conservation et l'Utilisation des ressources naturelles*.

Ce numéro, préfacé par M. Pierre Auger, comporte quinze rapports de spécialistes sur les divers aspects de la question intéressant directement la production agricole. Nous y avons traité personnellement des sols agricoles en insistant particulièrement sur les pertes non compensées et sur le rôle de l'eau comme facteur limitant les rendements.

DÉSIGNATIONS.

M. Louis Leprince-Ringuet est désigné pour représenter l'Académie au Congrès international de physique qui se tiendra à Côme, du 11 au 16 septempre 1949, et aux Cérémonies qui auront lieu à cette occasion en l'honneur de Volta, pour commémorer le 150e anniversaire de l'invention de la Pile.

PLIS CACHETÉS.

M. Émile Arquié, Mme Françoise Grumbach, MM. Fernand Boyer et Georges Sanchez demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu en la séance du 26 avril 1948 et enregistré sous le n° 12425.

MM. Émile Arquié, Henry Deshayes, Claude Oger, Mlle Marcelle Peyré, et Mme Janine Grenier-Charpentier demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu en la séance du 28 juin 1948 et enregistré sous le n° 12455.

M. Pierre Goret, Mme Françoise Grumbach, MM. Fernand Boyer, Pierre Villemin et Charles Flachat demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu en la séance du 3 janvier 1949 et enregistré sous le n° 12506.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent le premier, une Note intitulée : *Un nouvel antibiotique produit par une souche de* Sterygmatocystis Nidulans (*Niduline*), le second, une *Note sur l'isolement et l'extraction à partir des voiles mycéliens d'Actinomyces griseus d'une substance active sur les cocci Gram*, le troisième, une Note intitulée : *Extraction du mycélium d'Actinomyces griseus, d'un antibiotique différent de la streptomycine et de la griséine.*

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *A List of Scientific Institutions in the Pacific Area*, par O. A. Bushnell.

2° Department of scientific and industrial Research, Wellington. *Scientific Institutions in New Zealand.*

3° *Making New Zealand. Pictorial Surveys of a Century*, Vol. I, n° 1.

4° Société Suisse de Chimie. 1949. *Assemblée d'été à Lausanne* (Programme).

Il signale également parmi les ouvrages polycopiés, une série de *Listes de membres*, *Rapports* et *Bibliographies* émanant du 7ᵉ Congrès scientifique du Pacifique et une *Introduction à la vie et à l'œuvre de Buffon*, rédigée par Franck Bourdier à l'occasion de l'Exposition *Buffon* au Muséum National d'Histoire Naturelle du 24 juin au 15 septembre 1949.

ALGÈBRE. — *Préliminaires logiques pour une théorie générale des invariants.* Note de M. **Jacques Riguet**, transmise par M. Élie Cartan.

Les notations utilisées dans cette Note sont celles de Bourbaki et de l'article noté [R.B.] (1).

Soient D un ensemble et $\mathcal{G}_0$ un groupe de permutations de D.

Soit $S \subset D \times \mathcal{G}_0$ la relation binaire définie par

$$S \langle d, \sigma \rangle \Leftrightarrow \sigma d = d.$$

Alors S établit une correspondance de Galois (2) entre les sous-ensembles de D et les sous-groupes de $\mathcal{G}_0$. Nous allons particulariser D et $\mathcal{G}_0$ de deux façons.

I. Soient K un corps, U un ensemble d'indices donné. Prenons :

$D =$ K module somme directe de tous les K modules constitués respectivement par l'ensemble des pseudo-tenseurs de poids donné et de type donné sur l'espace vectoriel $K^{(U)}$.

$\mathcal{G}_0 =$ sous-groupe de permutations de D constitué par les prolongements à D des automorphismes de l'espace vectoriel $K^{(U)}$ (autrement dit le prolongement à D du groupe linéaire de $K^{(U)}$).

Si T est un sous-ensemble de D, désignons par $\overset{\wedge 1}{T}$ le K sous-module engendré par T; désignons par $\overset{\wedge 2}{T}$ l'ensemble des pseudo-tenseurs obtenus à partir des

---

(1) J. Riguet, *Relations binaires, fermetures et correspondances de Galois* (*Bull. Soc. math.*, 76, 1948, p. 114-155).

(2) [R.B.], p. 152.

pseudo-tenseurs de T par multiplications tensorielles ou par contractions. Alors $\wedge_1$ et $\wedge_2$ sont des C fermetures. Désignons par $\wedge$ la C fermeture engendrée par $\wedge_1$ et $\wedge_2$.

Nous dirons que le pseudo-tenseur $t \in D$ est un *covariant* de T si $t \in \widehat{T}$.

Théorème. — *On a* $\widehat{T} = \overline{S}^{1}[S[T]]$, *autrement dit* $\wedge$ *coïncide avec la* C *fermeture définie par la correspondance de Galois relative à la relation binaire* S.

II. Soient E et U deux ensembles donnés. Prenons :

$D = \mathfrak{P}(I(U, E))$, $I(U, E)$ désignant l'ensemble des quasi-applications de U dans E (définition dans [R.B], p. 130).

$\mathcal{G}_0 =$ sous-groupe de permutations de D constitué par les extensions à $\mathfrak{P}(I(U, E))$ de toutes les permutations de E (définition dans Bourbaki, *Algèbre*, Chap. I, § 7, n° 3).

Pour distinguer du cas précédent nous écrirons $\mathcal{A}$ à la place de S.

Étant donné $\mathcal{R} \subset \mathfrak{P}(I(U, E))$, on dit que $\mathcal{A}[\mathcal{R}]$ est le *groupe d'automorphismes* de $\mathcal{R}$.

Étant donné un sous-groupe $\mathcal{G}$ de $\mathcal{G}_0$, on dit que $\overline{\mathcal{A}}^{1}[\mathcal{G}]$ est l'*algèbre de Boole des invariants* de $\mathcal{G}$. (Le fait que $\mathcal{A}[\mathcal{R}]$ est un groupe, resp. $\overline{\mathcal{A}}^{1}[\mathcal{G}]$ une algèbre de Boole, se vérifie immédiatement.)

Nous désignons par $\mathcal{J}_{\mathcal{G}}$ l'algèbre de Boole engendrée par les classes d'intransitivité de $\mathcal{G}$. On voit facilement que $\mathcal{J}_{\mathcal{G}} = \overline{\mathcal{A}}^{1}[\mathcal{G}]$.

Lorsque la puissance de l'ensembleU est au moins égale à celle de E, le groupe $\mathcal{G}_0$ est normal c'est-à-dire qu'il existe $r \in I(U, E)$ tel que $\sigma r = r$ pour $\sigma \in \mathcal{G}_0$ si et seulement si σ est l'identité. A partir de là on démontre le

Théorème. — *Lorsque la puissance de* U *est au moins égale à celle de* E *la correspondance de Galois établie par la relation binaire* $\mathcal{A}$ *est parfaite sur la lattice des sous-groupes de* $\mathcal{G}_0$, *autrement dit*

$$\mathcal{G} = \mathcal{A}[\overline{\mathcal{A}}^{1}[\mathcal{G}]] = \mathcal{A}[\mathcal{J}_{\mathcal{G}}].$$

Étant donné $\mathcal{R} \subset \mathfrak{P}(I(U, E))$ désignons par

$\overset{\wedge_1}{\mathcal{R}}$ l'algèbre de Boole engendrée par $\mathcal{R}$;

$\overset{\wedge_2}{\mathcal{R}}$ l'ensemble des RB, R parcourant $\mathcal{R}$ et B parcourant les relations binaires sur U, la notation RB désignant l'ensemble des rB qui sont des quasi-applications lorsque r parcourt R.

Alors $\wedge_1$ et $\wedge_2$ sont des C fermetures. Désignons par $\wedge$ la C fermeture engendrée par $\wedge_1$ et $\wedge_2$.

Il est immédiat que $\mathcal{A}[\mathcal{R}] = \mathcal{A}[\widehat{\mathcal{R}}]$.

Nous dirons que $R \subset I(U, E)$ est une *fonction logique* ou un *covariant* de $\mathcal{R}$ si $R \in \widehat{\mathcal{R}}$.

THÉORÈME. — *Lorsque la puissance de* U *est au moins égale à celle de* E, *on a*

$$\widehat{\mathcal{R}} = \overline{\mathcal{A}}^{1}\left[\mathcal{A}[\mathcal{R}]\right] = \mathcal{J}_{\mathcal{A}[\mathcal{R}]}.$$

COROLLAIRE. —

$$\widehat{\mathcal{R}}_1 = \widehat{\mathcal{R}}_2 \iff \mathcal{A}[\mathcal{R}_1] = \mathcal{A}[\mathcal{R}_2].$$

On retrouve ainsi ce que M. Krasner (3) appelle les lois d'existence et d'équivalence.

Remarque. — Les nos 1 et 2 ne sont pas profondément différents. Nous avons déjà montré ailleurs (4) le rapport entre les produits tensoriels et les relations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Extension du théorème de Phragmen-Lindelöf-Heins aux fonctions sous-harmoniques dans un cône ou dans un cylindre.* Note (*) de Mme **Jacqueline Lelong-Ferrand**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

On connaît les importantes précisions apportées par M. Heins (1) au lemme de Phragmen et Lindelöf. Les résultats obtenus dans une Note précédente (2) vont nous permettre de généraliser ce théorème sous la forme que nous lui avions donnée (3).

A. *Extension du lemme de Phragmen et Lindelöf.* — Considérons d'abord un cône D, de sommet O, de frontière C, dans l'espace R^p à $p \geq 2$ dimensions. Nous désignerons par Σ_R la calotte sphérique découpée par D sur la sphère Σ de centre O et de rayon R, par D_R le sous-domaine de D défini par $OM < R$, par $\omega_R(M)$ la mesure harmonique de Σ_R dans D_R.

La fonction $\omega_R(M)$ est harmonique dans D_R, nulle sur C. Considérée comme fonction de $r = OM$ et du point m où le rayon OM pour Σ_1, elle est développable en série (4)

$$\omega_R(M) = \sum_{i=0}^{\infty}\left[A_i\left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha_i} + B\left(\frac{r}{R}\right)^{\beta_i}\right]\varphi_i(m).$$

Les coefficients A_i et B_i sont des constantes indépendantes de R, car $\omega_R(M)$ ne dépend que du rapport r/R et de m. Or si $r \to 0$, R restant fixe, $\omega_R(M)$ tend vers zéro. On en déduit que les coefficients B_i sont tous nuls. Donc lorsque

(3) *Journal de Liouville*, 1938, p. 367, 385.
(4) J. Riguet, *Comptes rendus*, 228, 1948, p. 1007.

(*) Séance du 1er août 1949.
(1) *Trans. Am. Math. Soc.*, 60, 1946, p. 238-244.
(2) J. Lelong, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 340.
(3) J. Lelong, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1333.
(4) Pour notation, *voir* article cité Note (2),

$R \to \infty$, M restant fixe, $\omega_R(M)$ est équivalente à

$$A_0 \left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha_0} \varphi_0(m).$$

On en déduit facilement le résultat suivant :

LEMME. — *Soit $u(M)$ une fonction sous-harmonique dans D et satisfaisant aux conditions suivantes :*

a.
$$\overline{\lim_{M \to P}}\, u(M) \leq 0$$

en tout point P de C à distance finie;

b.
$$\underline{\lim}\, \frac{m(r)}{r^{\alpha_0}} = \lambda < \infty$$

$\left[\text{\it en posant } m(r) = \text{borne sup}_{OM=r}\, u(M)\right]$, *alors on a*

$$(1) \qquad u(M) < \lambda A_0 r^{\alpha_0} \varphi_0(m)$$

partout dans D.

B. On obtient des résultats plus précis en appliquant le théorème 1 de la Note citée ([2]) à la fonction $v(M) = \lambda A_0 r^{\alpha_0} \varphi_0(m) - u(M)$ qui est, d'après le lemme précédent, sur-harmonique positive dans D.

THÉORÈME. — *Si $u(M)$ satisfait aux hypothèses a et b du lemme précédent et si l'on pose*

$$\mu(r) = \text{borne sup}_{OM=r} \frac{u(M)}{r^{\alpha_0}\varphi_0(m)}, \qquad \gamma = \text{borne sup}_{M \in D} \frac{u(M)}{r^{\alpha_0}\varphi_0(m)},$$

on a les résultats suivants :

α. *γ est fini et l'ensemble des points où $u(M) < \gamma r^{\alpha_0}\varphi_0(m)(1-\varepsilon)$ est effilé à l'infini, relativement à* D, *quel que soit $\varepsilon > 0$.*

β. *$u(M)/r^{\alpha_0}$ tend vers $\varphi_0(m)$ lorsque* M *tend vers l'infini radialement, excepté au plus pour un ensemble* J *de rayons.*

γ. *$\mu(r)$ tend vers γ lorsque $r \to +\infty$.*

δ. *$m(r)/r^{\alpha_0}$ tend vers $k\gamma$ si $\gamma > 0$ et vers zéro si $\gamma \leq 0$ [k désignant la borne supérieure de $\varphi_0(m)$] de sorte que λ est nécessairement ≥ 0 et égal à $k\gamma^+$.*

Remarques. — 1° Nous pouvons remplacer l'inégalité (1) par (1′) $u(M) \leq \lambda r^{\alpha_0}\varphi_0(m)$ qui est la meilleure possible.

2° Le théorème reste valable si $u(M)$ est définie seulement dans un sous-domaine de D défini par $OM > R$.

Cas du cylindre. — Pour simplifier les énoncés nous supposerons $u(M)$ définie seulement dans un demi-cylindre D limité à une section droite Σ_0. Nous désignerons par λ_i les constantes caractéristiques relatives à Σ_0 et à l'équation $\delta u + \lambda u = 0$ (δ étant le Laplacien dans R^{p-1}), par $\varphi_i(m)$ les fonctions fondamentales correspondantes. Un point M de D sera déterminé par sa projection m sur Σ_0 et par son abscisse $x = \overline{mM}$.

Posons

$$m(X) = \operatorname*{borne\,sup}_{x=X} u(M),$$

$$\mu(X) = \operatorname*{borne\,sup}_{x=X} u(M)\, e^{-X\sqrt{\lambda_0}} \varphi_0(m),$$

$$\gamma = \operatorname*{borne\,sup}_{0<X<\infty} \mu(X).$$

THÉORÈME. — *Si* $u(M)$ *est sous-harmonique dans* D *et telle que*

(*a*) $$\overline{\lim_{M \to P}}\, u(M) \leqq 0$$

en tout point frontière P *de* D *à distance finie;*

(*b*) $$\lim_{x \to +\infty} m(x)\, e^{-x\sqrt{\lambda_0}} = \lambda < \infty,$$

alors on a les résultats suivants :

α. γ *est fini et l'ensemble des points où* $u(M) < \gamma e^{x\sqrt{\lambda_0}} \varphi_0(m)(1-\varepsilon)$ *est effilé à l'infini relativement à* D, *quel que soit* $\varepsilon > 0$.

β. $u(M)\, e^{-x\sqrt{\lambda_0}}$ *tend vers* $\varphi_0(m)$ *lorsque* M *tend vers l'infini sur une génératrice, excepté au plus pour un ensemble de génératrices découpant sur* ε_0 *un ensemble de capacité extérieure nulle.*

γ. $\mu(x)$ tend vers γ lorsque $x \to +\infty$.

δ. $m(x) e^{-x\sqrt{\lambda_0}}$ tend vers $k\gamma$ si $\gamma > 0$ et vers zéro si $\gamma \leqq 0$ [k désignant le maximum de $\varphi_0(m)$], de sorte que $\lambda = k\gamma^+$ et que $u(M)$ satisfait dans D à l'inégalité

(2) $$u(M) < \frac{\lambda}{k} e^{x\sqrt{\lambda_0}} \varphi_0(m).$$

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les extensions de groupes topologiques.* Note de M. LORENZO CALABI, transmise par M. Élie Cartan.

Cette Note fait suite à une Note antérieure ([1]).

Soit E(B, F) une extension topologique du groupe F par le groupe B. Si f est une représentation continue d'un groupe B′ dans B et p la projection canonique de E sur B, l'ensemble des couples (x', z), pour $x' \in B'$ et $z \in E$, avec $f(x') = (z)p$ est un sous-groupe E_f du groupe topologique produit $B' \times E$ et est muni d'une structure d'extension topologique $E_f(B', F)$. Si E(B, F) est fibrée, il en est de même de $E_f(B', F)$; si f est un isomorphisme local ([2]), l'application $(x', z) \to z$ est un isomorphisme local de $E_f(B', F)$ sur E(B, F); si E(B, F) et B′ sont des groupes de Lie, il en est de même de $E_f(B', F)$.

G étant un groupe localement compact (resp. un groupe de Lie connexe), soit $\mathfrak{A}(G)$ le groupe des automorphismes de G muni de la topologie de la

---

([1]) L. CALABI et C. EHRESMANN, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1551.

([2]) N. BOURBAKI, *Topologie générale*, Chap. III, § 1, N. 3.

convergence compacte ([3]) (resp. muni de sa structure de groupe de Lie). Notons alors $\mathfrak{A}^*(G)$ le groupe opposé ([4]) de $\mathfrak{A}(G)$ et p^* la projection canonique de $\mathfrak{A}^*(G)$ sur le groupe opposé du quotient de $\mathfrak{A}(G)$ par le sous-groupe des automorphismes intérieurs.

Définition. — Une extension E(B, F) est dite *inessentielle* (resp. *localement inessentielle*) s'il y a un isomorphisme (resp. un isomorphisme local) de B dans E qui se projette sur l'identité.

Les extensions localement inessentielles sont celles qui admettent un sous-groupe sur lequel la projection canonique détermine une structure de groupe revêtement de B; elles sont toujours fibrées. Les extensions inessentielles ont une structure fibrée isomorphe à celle de l'espace produit $B \times F$.

On sait ([5]) qu'à toute extension algébrique de F par B peut être associé un couple (g, χ), où g est une application de $B \times B$ dans F et χ une application de B dans le groupe des automorphismes algébriques de F; g et χ doivent satisfaire à certaines relations. Réciproquement à tout couple (g, χ) on peut faire correspondre une extension (en général non topologique) de F par B. On a

Proposition 1. — *Soient* B *et* F *deux groupes topologiques; soit* (g, χ) *un couple définissant une extension de* F *par* B *et équivalent* ([6]) *à un couple* (g', χ') *tel que :*

a. pour tout $x \in B$, $\chi'_x = \chi'(x)$ *est un automorphisme du groupe topologique* F.

b. il existe un voisinage U *de l'élément neutre de* B *tel que :* 1° g' *est continue sur* $U \times U$; 2° $(x, y) \to \chi'_x(y)$, *pour* $y \in F$, *est continue sur* $U \times F$.

(g, χ) *détermine alors une et, à un isomorphisme près, une seule extension fibrée* E(B, F). *Si, de plus :*

c. g' *est constante, l'extension* E(B, F) *est inessentielle. Réciproquement toute extension fibrée (resp. inessentielle)* E(B, F) *peut être déterminée par un couple* (g', χ') *vérifiant a. et b. (resp. et c.).*

Remarques. — 1. Si F est localement compact ou est un groupe de Lie, la condition b_2 est équivalente à l'autre : χ' est une application dans $\mathfrak{A}(F)$, continue sur U. 2. Si g' est constante, sa valeur est l'élément neutre de F et χ' est une *représentation* dans $\mathfrak{A}^*(F)$.

Pour F localement compact ou de Lie, soit $\mathcal{F}(\mathfrak{A}^*(F), F)$ l'extension topologique de F par $\mathfrak{A}^*(F)$ définie sur l'espace produit $\mathfrak{A}^*(F) \times F$ par la loi de composition $(\alpha, y)(\alpha', y') = (\alpha\alpha', \alpha'(y)y')$, $\alpha, \alpha' \in \mathfrak{A}^*(F)$, $y, y' \in F$ et soit E(B, F) une extension inessentielle définie par (g, χ) avec g const. L'extension $\mathcal{F}_\chi(B, F)$ est alors isomorphe à E(B, F); et, pour que $\mathcal{F}_{\chi_1}(B, F)$ et $\mathcal{F}_{\chi_2}(B, F)$ soient isomorphes, il faut et il suffit que $p^* \circ \chi_1 = p^* \circ \chi_2$ ([5]).

([3]) *Voir* par exemple J. Dieudonné, *Amer. J. of Math.*, 70, 1948, p. 659.

([4]) N. Bourbaki, *Algèbre*, Chap. I, § 6, N. 1.

([5]) *Voir* par exemple H. Zassenhaus, *Gruppentheorie*, Chap. III, § 6.

([6]) Deux couples (g', χ'), (g, χ) sont dits *équivalents* s'ils déterminent des extensions algébriques isomorphes.

Les extensions localement inessentielles sont déterminées par la

PROPOSITION 2. — *Soient* B *et* F *deux groupes topologiques connexes et localement simplement connexes. A tout sous-groupe discret* K *du centre de* F *isomorphe à un groupe quotient de* $\pi(B)$ *et à toute extension inessentielle* $E'(B, F/K)$ *correspond une et une seule extension localement inessentielle* $E(B, F)$ *qui admette le groupe revêtement connexe* $\hat{B}(B, K)$ (7) *comme sous-groupe se projetant sur* B. *Réciproquement à toute extension localement inessentielle* $E(B, F)$ *correspond un sous-groupe* K *et une extension inessentielle* $E'(B, F/K)$ *où* $E' = E/K$.

COROLLAIRE. — *Si* B *et* F *sont deux groupes de Lie connexes dont* B *semi-simple, toute extension de Lie* $E(B, F)$ *est déterminée par la donnée d'un sous-groupe discret* K *du centre de* F *isomorphe à un groupe quotient de* $\pi(B)$ *et d'une représentation continue* χ *de* B *dans* $\mathfrak{A}^*(F/K)$.

L'importance des extensions localement inessentielles est mise en évidence aussi par les résultats suivants :

PROPOSITION 3. — *Soient* B *et* F *deux groupes connexes et localement simplement connexes et soit* $\hat{B}$ *un groupe revêtement de* B *tel que toute extension* $\hat{E}(\hat{B}, F)$ *soit isomorphe à l'extension triviale. Alors toute extension* $E(B, F)$ *est localement inessentielle et localement isomorphe au groupe produit* $B \times F$.

COROLLAIRE. — *Dans les hypothèses de la proposition* 3, *toutes les extensions* $E(B, F)$ *sont déterminées par un sous-groupe discret du centre de* F, *isomorphe à un groupe quotient de* $\pi(B)$.

On a déjà montré (8) que les hypothèses de la proposition 3 sont vérifiées si B et F sont des groupes de Lie compacts; il en est de même si B et F sont deux groupes de Lie dont F semi-simple, car on a la

PROPOSITION 4. — *Soient* B *et* F *deux groupes de Lie connexes, dont* B *simplement connexe et* F *semi-simple. Alors toute extension de Lie* $E(B, F)$ *est isomorphe à l'extension triviale.*

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la perturbation de l'écoulement laminaire.* Note (*) de M. RAYMOND COMOLET, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous avons déjà signalé l'importance de certaines causes de perturbations introduisant la turbulence au sein de l'écoulement laminaire existant dans un tuyau cylindrique (1). Par la suite nous avons cherché à préciser l'influence d'une petite rentrée de liquide s'effectuant par un trou percé dans la paroi du tube. Nous avons utilisé le même dispositif expérimental qu'indiquait la précé-

---

(7) *Voir* (1) Proposition 1.

(8) *Voir* (1) Proposition 5.

(*) Séance du 11 juillet 1949.

(1) R. COMOLET, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 2049.

dente Note avec l'intention de vérifier l'hypothèse suivante émise par M. Fortier : la turbulence se produirait dans le tube pour un *nombre de Reynolds du trou* vd/ν dépendant de certains paramètres qu'il fallait déterminer (v est la vitesse moyenne de l'écoulement à travers le trou de diamètre d, ν la viscosité cinématique du fluide utilisé).

Le tube de verre, lisse, muni d'un pavillon à son entrée, est percé à mi-longueur d'un trou T de faible dimension. Ce trou est réalisé à l'aide d'une mèche à verre actionnée à la main. Le diamètre D du tube est 5 à 30 fois supérieur à celui du trou. Grâce à un manchon M facilement amovible, le trou T est relié par un tube de caoutchouc à un tube de verre horizontal H dont la cote h est réglable à volonté (*fig.* 1).

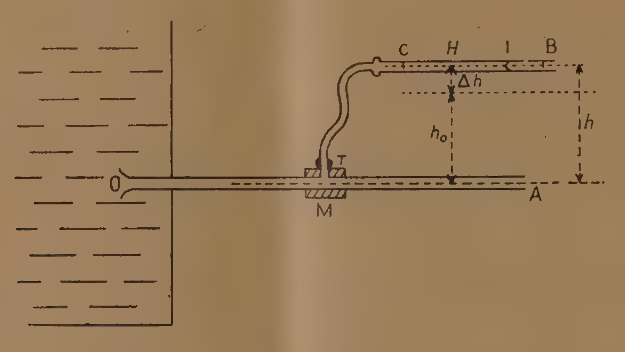


Fig. 1. — Dispositif expérimental.

Quand le régime laminaire est établi dans la conduite principale OA, le ménisque I du tube H reste immobile pour une certaine valeur h_0 de h. On mesure, pour différentes valeurs croissantes de $\Delta h (\Delta h > 0)$, le temps t mis par le ménisque pour franchir la distance constante BC, donc pour que s'écoule à travers T un volume connu d'eau. Cela permet de déterminer, par extrapolation, le débit critique, donc la vitesse critique v correspondant à la production de la turbulence : cette turbulence se manifeste par un régime d'écoulement en saccades (flashing) et par l'oscillation du ménisque I.

L'expérience montre qne pour un tube donné et un trou donné, la vitesse critique augmente légèrement quand V augmente (V est la vitesse moyenne dans le tube OA). La relation semble être linéaire, la pente de la droite est d'autant plus faible que le trou T est plus gros et qu'il est plus circulaire ([2]).

([2]) Les trous obtenus dans le verre par la méthode indiquée ci-dessus, observés au microscope, présentent rarement une apparence parfaitement circulaire, surtout s'ils sont très petits. La plupart du temps, ils ont une forme elliptique plus ou moins régulière et parfois déchiquetée à cause des petites écailles de verre arrachées lors du percement. Dans nos calculs nous avons assimilé ces trous à des ellipses et d au double du rayon hydraulique. Les résultats obtenus manquent donc de précision, mais sont toutefois suffisamment approchés pour être utilisés.

D'autre part, lorsqu'on se fixe V, la vitesse critique diminue quand le trou s'agrandit.

Nous avons opéré dans un domaine $R = VD/\nu$ variant de 2000 à 13 000 environ avec des tubes dont les diamètres ont varié de 2 à 6mm. Si l'on porte sur un graphique le nombre de Reynolds du trou $y = vd/\nu$ en fonction du paramètre sans dimension $x = v/V \times D/d$, les points expérimentaux se trouvent sensiblement sur une même courbe dont l'ordonnée décroît lorsque x croît; cette ordonnée tend vers une valeur limite voisine de $y = 140$ quand x est grand (*fig.* 2).

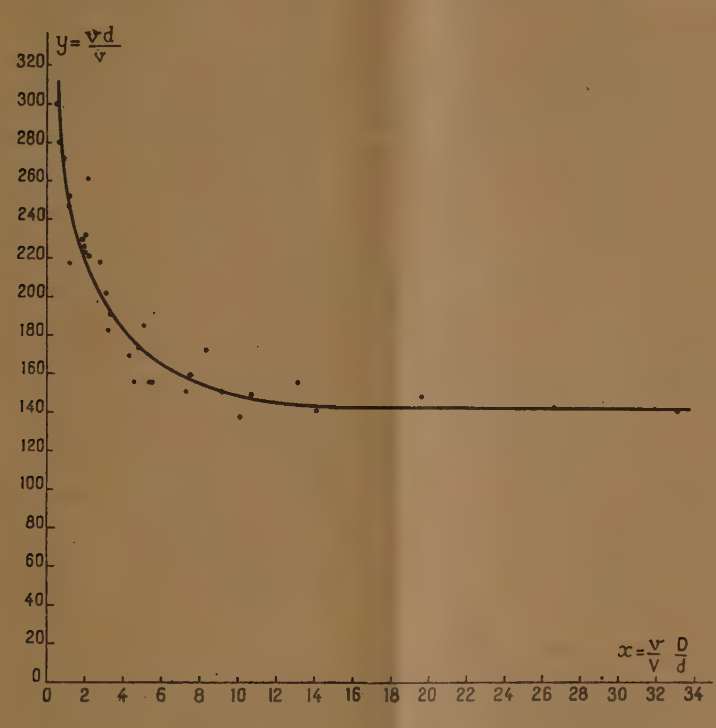


Fig. 2. — Courbes donnant $y = \frac{vd}{\nu}$ en fonction de $\frac{v}{V} \cdot \frac{D}{d}$.

Ces résultats permettent donc de préciser le caractère perturbateur de l'écoulement additionnel par son nombre de Reynolds, fonction d'un nombre sans dimension s'exprimant à l'aide des paramètres de la conduite.

MAGNÉTISME. — *Champ coercitif et dimension cristalline.* Note (*) de M. Félix Bertaut, transmise par M. Pierre Chevenard.

Les propriétés magnétiques d'une poudre de fer dépendent largement de sa texture. Cette Note étudie plus particulièrement la relation entre le champ coercitif et les dimensions de Bragg.

(*) Séance du 1er août 1949.

D'après la théorie de Néel ([1]) l'existence de champs coercitifs élevés dans les poudres de fer est liée, non pas à des perturbations de réseau, mais à la réunion de trois conditions essentiellement géométriques, à savoir : 1° dimensions cristallines au-dessous d'une dimension critique de 320 Å, où chaque cristallite constitue un domaine de Weiss, 2° interactions négligeables entre cristallites, donc grande porosité des poudres, et 3° anisotropie de forme extérieure (grains elliptiques).

Des poudres de fer spongieuses ont été préparées à des températures variées par réduction d'une heure, dans l'hydrogène, de formiate ferreux ([2]). La dimension des cristallites ([3]) a été mesurée d'après la largeur de raie Debye-Scherrer, corrigée des élargissements parasites spectraux (dispersion et doublet) et géométriques (fente). La courbe I représente la croissance des cristallites en fonction de la température de préparation. La variation du champ coercitif H_c des poudres à 20° C, en fonction de la dimension mesurée, est donnée par les courbes II. L'aimantation rémanente montre une allure analogue. Par une étude combinée des largeurs et des intensités des raies D-S nous avons vérifié l'absence de perturbations du réseau dans les poudres à champ coercitif élevé. Celles-ci se trouvent effectivement correspondre à des particules inférieures à 320 Å. La deuxième condition de Néel ([4]) est également réalisée dans ces poudres spongieuses et pyrophoriques (densité de tassement de 1,3 dans une poudre réduite à 300° C). Quant à la forme des cristallites, l'examen comparé des raies (110), (200) et (211) n'a pas révélé une anisotropie de forme *cristallographique*. L'analyse de Fourier d'une raie D-S (poudre 300° C) montre que la fluctuation quadratique des diamètres cristallins autour d'une dimension moyenne est de l'ordre de 20 %. Ceci n'est pas incompatible avec l'anisotropie de forme *extérieure* (non cristallographique) exigée par Néel.

L'existence d'une dimension optimum où H_c est de l'ordre de 1000 gauss et l'allure de la branche II *a*, très rapidement descendante (*fig.*) suggèrent l'existence d'une dimension critique inférieure au-dessous de laquelle la substance se comporte, du moins à la température ordinaire, comme un paramagné-

---

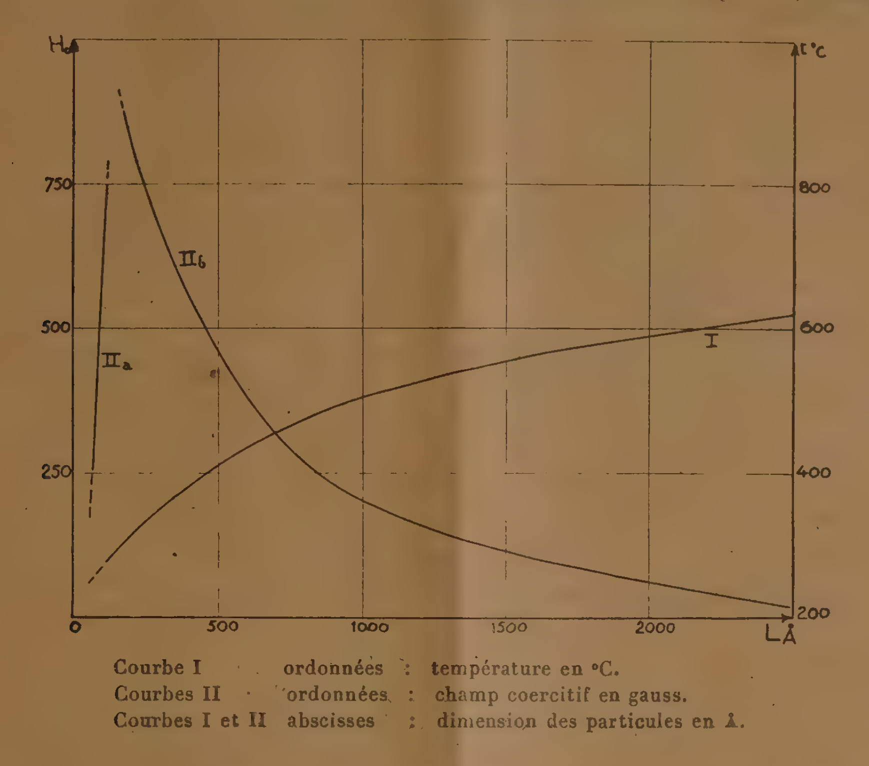
([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1488 et 1550.

([2]) Brevet français, dép. Chambéry, n° pv, 323, 7 avril 1942 (procédé L. Néel, L. Weil, J. Aubry).

([3]) Il s'agit de la dimension apparente définie dans *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 187 et p. 492.

([4]) Cette condition essentielle n'est pas remplie, par exemple, dans les poudres de fer E préparées par décomposition industrielle de fer carbonyle; ces poudres, d'après nos mesures, sont constituées par des micro-domaines cristallisés de 80 à 100 Å, assemblés en sphérules de l'ordre du micron et d'une très grande compacité. Le champ coercitif d'une telle poudre est faible (5 Gauss) et du même ordre que dans la substance massive.

tique ([5]). Cependant, la présence de l'oxyde Fe_3O_4 magnétique, non complètement réduit dans les préparations faites au-dessous de 290° C, complique



Courbe I ordonnées : température en °C.
Courbes II ordonnées : champ coercitif en gauss.
Courbes I et II abscisses : dimension des particules en Å.

la situation. Nous espérons que l'étude des poudres de Ni tranchera cette question.

OPTIQUE MOLÉCULAIRE. — *L'anisotropie du pouvoir rotatoire naturel de l'acide tartrique*. Note de M. **Maurice Lévy**, présentée par M. Jean Becquerel.

En dépit de plusieurs tentatives, la comparaison des rotations moléculaire et cristalline d'une même substance n'a pas donné jusqu'ici de résultats bien nets. C'est qu'à la rotation moléculaire se superpose, dans tous les cristaux étudiés, un pouvoir rotatoire de structure de grandeur indéterminée qui masque l'influence de l'anisotropie moléculaire.

L'acide tartrique est un des rares composés actifs qui ne présentent pas cet inconvénient. En effet, la structure du cristal ([1]) résulte de la superposition

---

([5]) *Voir* la théorie récente du temps de relaxation d'un ensemble de grains aimantés. L. Neel, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 664 et *Annales de Géophysique* (à paraître). Le temps au bout duquel l'ensemble se désaimante est une fonction rapidement décroissante du rapport v/T ; v volume du grain, T température absolue.

([1]) W. T. Astbury, *Proc. Roy. Soc.*, **102**, 1922, p. 506; C. A. Beevers et F. Stern, *Nature*, **162**, 1948, p. 854.

de deux réseaux qui se déduisent l'un de l'autre par une rotation de 180° autour de l'axe binaire b, suivie d'une translation. Comme il n'existe pas de pouvoir rotatoire de structure, le pouvoir rotatoire cristallin suivant l'un ou l'autre des axes optiques (qui jouent le même rôle, en raison de leur symétrie par rapport à b) est égal à celui d'un milieu de même densité, où toutes les molécules seraient disposées parallèlement les unes aux autres.

On sait que les anomalies de dispersion rotatoire observées en solution s'expliquent ([2]) par l'existence de trois composés isomères : α lévogyre, β et γ dextrogyres. Pour plusieurs raisons, l'acide α peut être considéré comme identique à celui qui compose le cristal. Nous avons calculé, à partir des mesures de MM. Longchambon ([3]) et Descamps ([4]), les forces rotatoires *de l'acide* α liées à la bande active du proche ultraviolet, dont le maximum est situé aux environs de $\lambda_0 = 2330$ Å. Nous avons trouvé, pour la force rotatoire d'une molécule suivant l'un des axes optiques :

$$R_0 = 22,37 . 10^{-40}, \tag{1}$$

et pour la valeur moyenne de cette force rotatoire, correspondant à toutes les orientations possibles des molécules :

$$\bar{R}_0 = 2,953 . 10^{-40}. \tag{2}$$

L'anisotropie moléculaire de la rotation est donc particulièrement nette.

Il est possible, en utilisant ces résultats et ceux qui sont fournis par la mesure des réfractivités, de déterminer, dans le cadre de la théorie que nous avons développée précédemment ([5]), la position et la grandeur des deux vecteurs caractéristiques $\vec{p}_0$ et $\vec{m}_0$ liés à la transition λ_0 : $\vec{p}_0$ est le moment électrique, $\vec{m}_0$ le moment magnétique orbital qui résultent du mouvement, dans la molécule non perturbée, de l'électron responsable de cette transition. La figure 1 résume la structure électronique ainsi déterminée : L'angle β de la maille orthorhombique est égal à 100° 17'. Ox, Oy, Oz sont les axes de l'ellipsoïde de polarisabilité (pour la raie D) : Oz coïncide avec b, Ox fait, dans le plan (a, c), l'angle $\omega = 8°8'$ avec a. Les deux axes optiques $\vec{K}_1$ et $\vec{K}_2$ sont situés dans le plan xOz, et font l'angle $V = 38°32'$ avec Ox. Les vecteurs $\vec{p}_0$ et $\vec{m}_0$ sont dans le plan (a, c); $\vec{p}_0$ fait avec Ox l'angle $\varphi_0 = 37°24'$; $\vec{m}_0$ est situé, par rapport à Ox, du même côté que $\vec{p}_0$; il fait avec ce dernier l'angle $\gamma_0 = 86° 12'$.

([2]) R. LUCAS, *Ann. de Phys.*, 9, 1928, p. 381.
([3]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 951.
([4]) *Thèse*, Bruxelles, 1928.
([5]) M. LÉVY, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 652.

Enfin, les modules de $\vec{p}_0$ et $\vec{m}_0$ ont pour valeurs :

(3) $$|p_0| = 11,01.10^{-18}; \qquad |m_0| = 4,04.10^{-22}.$$

Les données numériques qui précèdent permettent de déterminer encore

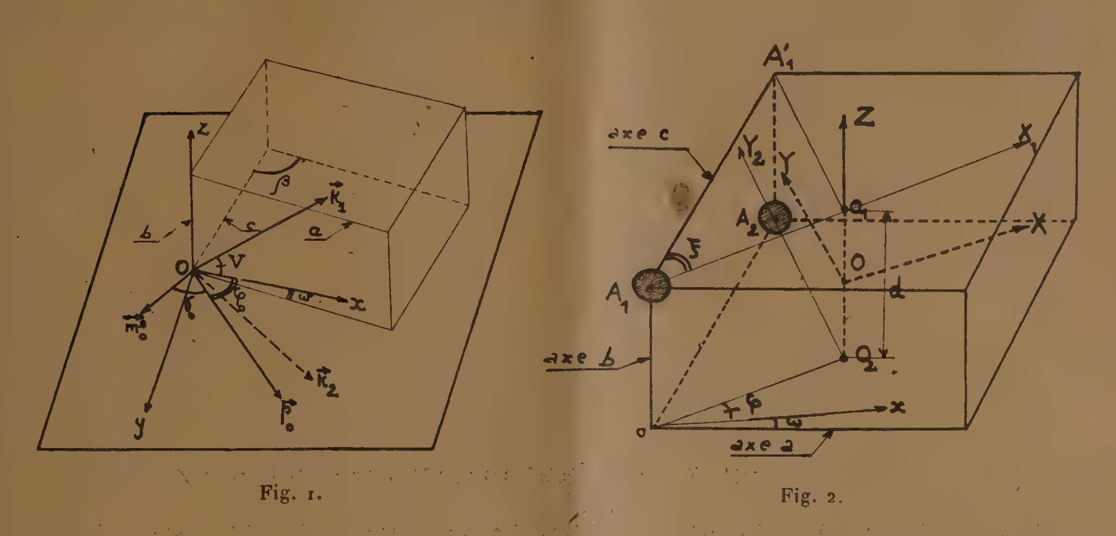


Fig. 1. Fig. 2.

l'intensité f_0 et le facteur de dissymétrie g_0 de la bande λ_0. On trouve, pour une molécule, et suivant la direction de $\vec{K}_1$ ou $\vec{K}_2$:

(4) $$f_0 = 2,291, \qquad g_0 = 8,02.10^{-5},$$

et, en solution, les valeurs moyennes :

(5) $$\bar{f}_0 = 2,488, \qquad \bar{g}_0 = 0,974.10^{-5}.$$

La variation de g_0, mise en évidence par (4) et (5), est liée à une anisotropie moléculaire du dichroïsme circulaire.

On peut enfin préciser, dans une certaine mesure, l'origine du pouvoir rotatoire lui-même, en utilisant le modèle de Kuhn. La figure 2 illustre cette application. Nous avons attribué les deux transitions caractéristiques du modèle à des électrons $2p$ de deux atomes d'oxygène des groupes OH, ne participant pas aux liaisons. Ces deux atomes sont en A_1 et A_2. OX, OY et OZ sont les axes de la molécule de Kuhn : OZ coïncide avec b; OX fait avec Ox l'angle $\varphi = 27°6'$. Les longeurs caractéristiques de la molécule ont pour valeur :

(6) $$d = O_1A_1 = O_2A_2 = 0,54 \text{ Å}.$$

L'angle ξ, déterminé directement, vaut $44°29'$, soit sensiblement $45°$; ceci confirme le rôle symétrique des deux particules du modèle. La distance d est

liée au nombre quantique principal n_0 de l'électron responsable de la transition λ_0 par la relation :

$$(7) \qquad d = \frac{1}{\pi} \frac{\lambda_0 \bar{g}_0}{\cos\gamma_0} \left[\left(\frac{n_0+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{n_0}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2.$$

On en déduit $n_0 = 2$, ce qui confirme l'hypothèse que nous avons faite sur l'origine du pouvoir rotatoire.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'activité de l'argent irradié par les deutons de 6,5 MeV à des profondeurs excédant le parcours de ceux-ci.* Note (*) de Mlle **Catherine Chamié**, Mme **Henriette Faraggi** et M. **Roger Nataf**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Des expériences précédentes (1) ont montré qu'il existe une radioactivité des lames d'argent irradiées par des deutons, à des profondeurs supérieures au parcours normal. Nous avons cherché à identifier le rayonnement responsable de ces activités et à examiner son intensité en fonction de la profondeur.

Des lames d'argent superposées de 21 mg/cm² ont été irradiées pendant 30 à 45 minutes par des deutons de 6,5 MeV avec une intensité de 6 μA. Les mesures ont commencé 30 minutes après. On mesurait les intensités relatives, les absorptions et les décroissances des différentes lames. Les résultats sont les suivants :

1° Au delà du parcours des deutons, on observe deux maxima d'intensité situés l'un à environ 140 mg/cm² et l'autre entre 160 et 180 mg/cm², la dernière lame étant inactive (*fig.* 1). La position des maxima varie de 2 à 4 % avec la région du faisceau reçu par la lame.

2° Nous avons étudié l'absorption du rayonnement des différentes lames à l'aide d'un compteur à paroi très mince (3 mg/cm²). Les courbes d'absorption à travers Al (*fig.* 2) montrent la variété du rayonnement suivant la profondeur. Les lames à maxima présentent un rayonnement très absorbable qui existe également dans la première lame et en proportion plus faible dans les autres.

Les clichés Wilson, faits par M. Teillac, et la séparation chimique ont permis d'identifier le $^{107}_{48}$Cd (6,67 h). La majeure partie du rayonnement des maxima d'intensité est donc due à ce Cd; toutefois, l'étude de la décroissance à travers un écran de 27 mg/cm² Al montre la présence d'une période résiduelle de l'ordre de 13 heures d'intensité faible (1/7 du rayonnement total de la lame nue).

(*) Séance du 18 juillet 1949.

(1) C. Chamié et H. Filcakova, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1289; *Journ. de Phys. et Rad.* (paraîtra prochainement); C. Chamié, H. Farragi et B. Marquès, *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 358.

3° Les lames d'Ag irradiées par les neutrons secondaires du faisceau des deutons ont montré une activité négligeable.

4° Nous avons cherché à vérifier le parcours des deutons dans l'Ag à l'aide des plaques photographiques Ilford Nuclear Research type E1. Et nous avons constaté la présence de protons s'étendant au moins jusqu'à 300 mg/cm², soit d'une énergie d'environ 9 MeV.

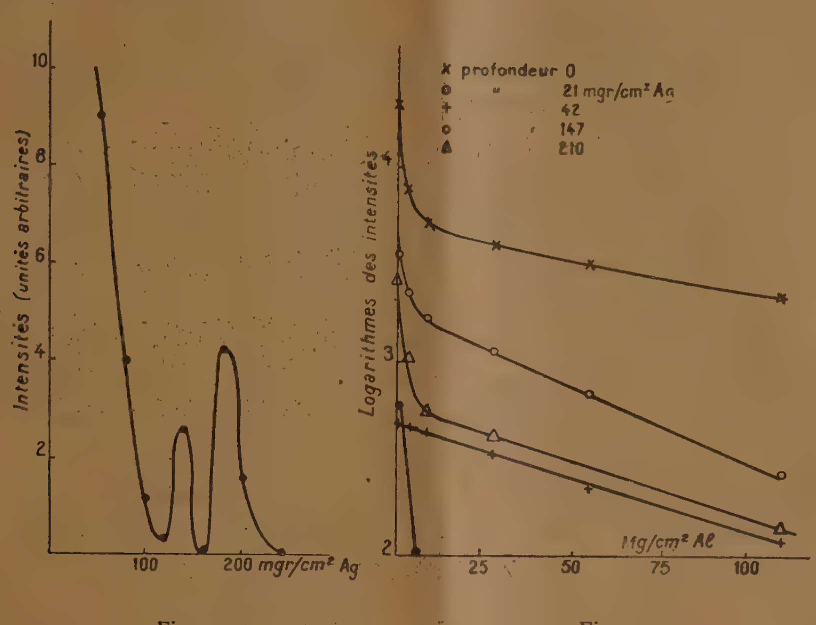


Fig. 1. Fig. 2.

La présence de ces protons peut être attribuée à une réaction (d, p) et en particulier à la réaction ${}^{2}_{1}\mathrm{H}(d, p){}^{3}_{1}\mathrm{H}$ (deutérium absorbé par la surface de la cible). On peut donc penser que le Cd se forme en profondeur par réaction (p, n), comme il se forme en surface, par réaction $(d, 2n)$. Il faudrait alors admettre que cette réaction donne lieu à des phénomènes de résonance pour les protons de certaines énergies. Signalons toutefois que le rapport de l'intensité initiale des maxima à l'intensité de la première lame à la surface étant supérieur à 10^{-4}, cette hypothèse conduit à une section efficace de la réaction (p, n) particulièrement élevée.

En résumé : il existe dans l'argent au delà du parcours des deutons une région d'environ 300 mg/cm² où l'on peut déceler les protons, et où il se forme du ${}^{107}_{48}\mathrm{Cd}$ à des profondeurs bien définies indiquant les captures par résonance.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Synthèse de* Cu_2S *par compression des poudres à température ordinaire*. Note de MM. **Roger Molé** et **Raymond Hocart**, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous avons cherché à préciser les résultats expérimentaux de Spring ([1]) sur la production des sulfures de cuivre. Cet auteur comprimait à température ordinaire de la poudre de cuivre et de soufre. Il n'a pas indiqué avec certitude la ou les phases obtenues, à la suite des compressions (7000^{atm}) et pulvérisations successives.

Nous avons pris du cuivre électrolytique et du soufre passés au tamis 300 (grains inférieurs à 50 μ) et mélangés dans les proportions 9 Cu, 5 S qui approchent suffisamment de la composition Cu_2S et en même temps représentent la composition de la phase Cu_9S_5 (digénite).

En effet, la digénite est souvent associée à la chalcosine dans les échantillons naturels (nous avons vérifié cette association notamment dans de la chalcosine de Redruth, au moyen des diagrammes de Debye-Scherrer); d'autre part, cette phase Cu_9S_5, préparée par voie humide et à température ordinaire ([2]), est accompagnée d'une petite quantité de Cu_2S (chalcosine).

Par compression unilatérale, nous avons préparé des pastilles :

1° Sous une pression de 5700 kg/cm² maintenue arbitrairement pendant 15 minutes ;

2° Sous une pression de 1600 kg/cm² maintenue arbitrairement pendant 24 heures ;

3° Sous une pression de 1600 kg/cm² maintenue arbitrairement pendant 7 jours.

Dans le cadre des données ci-dessus le résultat qualitatif du pastillage est indépendant de la pression et de la durée de pression.

Après polissage, l'examen au microscope métallographique révèle essentiellement trois phases, dont l'une dominante est gris clair; cette phase est accompagnée de cuivre et de soufre.

Les pastilles traitées par l'ammoniaque diluée pour éliminer le cuivre se désagrègent; le soufre libre est ensuite éliminé par le sulfure de carbone. Après lavage à l'alcool et dessiccation sous un vide de 1^{mm} de mercure, la poudre est dans chaque cas examinée par la méthode de Debye-Scherrer.

Les diagrammes ainsi obtenus reproduisent très exactement celui de la chalcosine de Bristol (Connecticut), réputée très pure.

([1]) W. Spring, *Bull. Soc. Chim. Franç.*, (2), 39, 1883, p. 641; (2), 41, 1884, p. 492.

([2]) R. Hocart et R. Molé, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1138.

Dans les conditions présentes il se forme donc un seul sulfure de cuivre qui a pour formule Cu_2S et dont la structure est celle de la chalcosine orthorhombique (low chalcocite).

Il est à remarquer que la densité du sulfure de cuivre cubique Cu_9S_5 type digénite, non présent dans cette synthèse sous pression, est de 5,2, tandis que celle de la chalcosine orthorhombique est de 5,8 ([3]).

LITHOLOGIE. — *Sur une météorite tombée le 26 février 1947, à Seldebourak, au Hoggar (Sahara central).* Note de Mme **Élisabeth Jérémine** et M. **Maurice Lelubre**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

La météorite étudiée dans cette Note, recueillie par l'un de nous, devait faire l'objet d'une étude de M. Lacroix qui en fit faire l'analyse et des préparations.

La chute a eu à lieu le 26 février 1947, vers 15h,45, à 55 kilomètres à l'Ouest de Tamanrasset, entre l'oued Seldebourak et l'oued Ti-n-Haguen, au Sud de la saline de Seldebourak. D'après le récit du touareg Siking ag Kabi, qui se trouvait sur les lieux, on entendit un bruit très fort, comme celui d'un moteur, et l'on vit dans le ciel, à grande hauteur, une masse incandescente rouge sombre mêlée de fumée qui venait de l'Ouest, laissant derrière elle une traînée de fumée hélicoïdale; arrivé au-dessus de la région de Seldebourak, le météore explosa violemment et une épaisse fumée noire couvrit la région jusqu'au soir. Le pays est formé de vastes coulées basaltiques au milieu desquelles Sikin ag Kabi put retrouver un élément de la météorite qui s'était lui-même brisé en heurtant un bloc de basalte et dégageait, une demi-journée après la chute, une *mauvaise odeur*, c'est ce fragment qui a pu être recueilli un mois plus tard, encore en place.

D'autres observateurs ont pu corroborer ce récit ([1]). M. Dubot, radio S.T.S., a vu, depuis la région d'Amsel (55km), une traînée bleu foncé en forme d'hélice (deux spires persistant une douzaine de minutes). M. Donitch, astronome, observa « deux nuages bleu foncé en forme d'anneaux et superposés ». Enfin, deux goumiers qui se trouvaient à 80km à l'Est-Nord-Est ont vu le champignon de fumée gris noir.

La météorite recueillie, de la taille d'un gros œuf, pesait environ 150g (les fragments conservés au Muséum d'Histoire Naturelle pèsent 113g). Elle était recouverte d'une croûte d'un noir de poix, épaisse de moins de 0mm,5, régulière et très finement granuleuse. La cassure est gris très clair, et l'on voit qu'elle est constituée principalement par des chondres qui ressortent parfois en boules parfaitement sphériques de 2 à 3mm de diamètre, avec abondance de minerai très disséminé en fines particules.

([3]) M. J. Buerger et N. W. Buerger, *Amer. Min.*, 29, 1944, p. 55-65.

([1]) D'après l'enquête faite par M. Lacaze, de l'Institut de Physique du Globe et de météorologie d'Algérie.

L'étude microscopique montre que cette météorite est composée essentiellement par de l'olivine (2V grand, signe optique négatif), en cristaux soit réguliers, soit fragmentaires; ce minéral est, le plus souvent, l'élément constitutif des chondres, au sein desquels ses cristaux et grains sont séparés par une poussière métallique, par le verre, et parfois par de menues plages de feldspath. Le péridot est accompagné par la bronzite et la clinobronzite, rarement par le clinohypersthène (angle des axes 75° autour de n_p) et le diopside. Les chondres et les débris de chondres sont nombreux, simples ou composés, extrêmement variés en ce qui concerne la structure. Le feldspath, fort inégalement distribué en petites plages non maclées, à faible indice de réfraction (oligoclase), occupe des interstices entre les minéraux.

L'examen en lumière réfléchie, dû à l'obligeance de M. Kraut, permet de constater la prédominance de la troïlite qui englobe souvent la pyrrhotine et la magnétite. On les trouve également en cristaux isolés ou dans les chondres, soulignant la structure intime de ces derniers.

Cette météorite présente une analogie remarquable avec celle du Tanezrouft ([2]) dont nous donnons aussi l'analyse ci-contre.

1. Chondrite de Seldebourak (An. Labo. C.N.R.S.).

2. Chondrite du Tanezrouft (An. partie silicatée par Raoult, partie métallique par Jouravsky).

	1.	2.		1.	2.
SiO_2	35,30	37,16	Or	1,67	1,67
Al_2O_3	1,35	1,99	Ab	5,24	8,38
Fe_2O_3	3,20	—	An	0,28	0,28
FeO	11,10	10,10	$CaSiO_3$	2,90	3,02
MnO	0,23	0,18	$MgSiO_3$	0,28	0,28
MgO	24,15	24,52	$FeSiO_3$	0,53	0,66
CaO	1,80	1,87	$MgSiO_3$	16,10	14,60
Na_2O	0,65	0,98	$FeSiO_3$	5,41	4,22
K_2O	0,28	0,29	Mg_2SiO_4	29,54	31,22
TiO_2	0,13	0,32	Fe_2SiO_4	9,18	10,20
P_2O_5	0,25	0,27	Ma	4,64	—
H_2O^+	0,08	—	Ilm	0,30	0,61
Cr_2O_3	0,23	0,32	Chromite	0,22	0,45
			Ap	0,67	0,67
	78,75	78,05			
Fe	18,20	18,88	FeS	4,58	5,63
Ni	1,48	1,36	Ni	1,59	1,36
Co	0,15	0,04	Fe	15,29	15,29
S	1,68	2,05	Fe:Ni	10,1	11,1
	100,26	100,38			
Densité	3,692	3,759			

([2]) A. Lacroix, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 901.

La composition minéralogique et l'analyse chimique permettent de conclure que la météorite de Seldebourak appartient aux *chondrites pliosidérifères* de la classification de M. Lacroix.

PÉDOLOGIE. — *Sur la matière organique du sol fractionnée par densité.* Note de M. **Lucien Turc**, présentée par M. Albert Demolon.

En examinant un sol à l'œil nu, on distingue en général deux formes principales de matière organique très grossièrement mêlées, constituant, selon l'expression de Kubiena, 2 *phases* : d'une part, des débris végétaux ayant conservé leur structure cellulaire, d'autre part, une matière plus évoluée, dont le caractère organique ne se manifeste à l'œil nu que par sa coloration sombre.

Des méthodes de séparation de ces deux phases ont déjà été proposées par Mac Calla ([1]) et Lein ([2]). En collaboration avec S. Hénin ([3]) nous avons utilisé des mélanges de benzène et de bromoforme de densités connues dans lesquels nous portons les échantillons de sols, après destruction des agrégats par l'eau. Les fragments de matière organique peu souillés de matière minérale passent seuls dans les fractions de faible densité; la matière organique intimement liée à la matière minérale est au contraire entraînée par celle-ci dans les fractions de densité supérieure.

Voici, par exemple, les résultats obtenus pour une rendzine :

Densités	<1,5	1,5-1,75	1,75-2	2-2,25	2,25-2,5	>2,5
Masse de chaque fraction pour cent de terre fine	3	2,5	11	60,5	2	21
C % de la fraction	35,6	31,5	16,5	11,5	2,57	0,675
$\frac{C}{N}$ de la fraction	20,5	16,4	10,3	9	–	8,25

On voit que les fractions de densité inférieure à 1,75 qui renferment 17 % du carbone total, sont constituées principalement de matière organique; il s'agit de débris végétaux grossiers bien reconnaissables. Dans la fraction 2-2,25, qui renferme 64 % du carbone total, c'est au contraire la matière minérale qui domine; là passe la majeure partie de l'argile unie intimement à une matière organique très fine dont le rapport C/N est la moitié de celui des fractions légères; enfin, au-dessus de 2,25 on a presque uniquement des sables calcaires. Ces faits s'accordent parfaitement avec la description de Kubiena ([4]) qui a observé dans de nombreuses rendzines *deux phases nettement distinctes* d'humus, et des grains de calcite isolés.

([1]) T. M. Mac Calla, F. L. Duley et T. H. Gooding, *Soil Science*, 55, 1943, p. 159.
([2]) *Pedology*, n° 10, 1940, p. 41.
([3]) *C. R. Acad. Agr.*, 12 janvier 1949.
([4]) *Entwicklungslehre des Bodens*, 1 vol., 215 p.; Vienne, 1948, p. 72.

Nous avons, d'autre part, comparé une terre de limon restée nue et n'ayant pas reçu de matière organique depuis 17 ans et une terre initialement identique recevant régulièrement du fumier :

Terre non fumée.

Densités	<1,5	1,5-1,75	1,75-2	2-2,25	2,25-2,5	>2,5
Masse de chaque fraction pour cent de terre fine.	0	0,5		0,3	7,2	92
C % de la fraction	38			2,2		0,98
$\frac{C}{N}$ de la fraction	40			9,6		8

Terre fumée.

Densités	<1,5	1,5-1,75	1,75-2	2-2,25	2,25-2,5	>2,5
Masse de chaque fraction pour cent de terre fine.	0,5	1,2		2,1	19,2	77
C % de la fraction	26,2			5,75		1,42
$\frac{C}{N}$ de la fraction	20,5			10,8		9,85

La fraction de densité inférieure à 2 de la terre non fumée est très faible, elle comporte surtout quelques débris de charbon; dans la terre fumée on voit apparaître une fraction de densité inférieure à 2 formée surtout de brins de paille provenant du fumier; d'autre part les fractions plus denses dans lesquelles la matière organique est intimement liée à la matière minérale, voient leur teneur en matière organique fortement accrue, ce qui abaisse leur densité; c'est pourquoi la fraction 2,25-2,5 passe de 7,2 % de l'échantillon total à 19,2 %.

Même pour un humus de Pin formé surtout de sable et de matière organique grossière, les traces de matière organique adhérant au sable ont un rapport C/N nettement inférieur à celui de la matière organique libre.

On peut donc mettre en évidence dans un sol, par la méthode densimétrique, deux types de matière organique, l'une grossière et l'autre fine, plus évoluée, liée à la matière minérale; Lein (2) avait obtenu des résultats semblables; dans tous les sols que nous avons étudiés, le rapport C/N de la fraction libre est plus élevé que celui de la fraction liée. La coupure est plus ou moins marquée selon le type de sol, mais de toute façon la méthode permet de donner une valeur quantitative aux observations qualitatives des pédologues.

La séance est levée à 15h 35m.

R. C.